

# 一种信源个数与波达方向联合估计的新算法

包志强, 吴顺君, 张林让

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071)

**摘要:** 针对多级维纳滤波器(MSWF)用于子空间估计时信号特征矢量泄漏到噪声子空间的问题, 提出了一种新的信号子空间估计算法, 该算法不需要训练信号和信源个数的先验知识. 随后, 给出了一种信源个数的后判断方法, 最终完成信源个数及方向的同时估计. 整个算法不需要协方差矩阵的计算和特征值的分解, 具有较低的计算复杂度. 在均匀线阵且信号互不相关情况下, 改进后的算法用于波达方向估计时拥有与基于特征分解方法近似的性能. 仿真结果验证了该方法的有效性.

**关键词:** 多级维纳滤波器; 波达方向; 信源个数检测; 阵列信号处理

**中图分类号:** TN911.7      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2006)12-2170-05

## A Novel Algorithm for Joint Source Number Detection and DOA Estimation

BAO Zhi qiang, WU Shun jun, ZHANG Lin rang

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** For the problem of signal leakage into noise subspace using Multi stage wiener filter (MSWF) technique to estimate the signal subspace, this paper presents a subspace estimation algorithm. This method does not require the training signal and pre knowledge of source number. Then, a post detection method is proposed for the source number estimation. And the source number detection and DOA estimation can be simultaneously completed. The whole algorithm does not need computing covariance matrix and eiger decomposition, so the complexity is greatly decreased. Compared with the classical eiger value decomposition (EVD) based methods, the procedure has less computation complexity with the approximation performance in the simulation of uniform linear array and uncorrelated signals. The simulation results demonstrate its effectiveness.

**Key words:** multi stage Wiener filter; direction of arrival; source number detection; array signal processing

### 1 引言

噪声环境下的信源的检测和估计是阵列信号处理中两个非常重要的问题. 而目前基于子空间结构的算法如 MUSIC 和 ESPRIT 等, 由于其高分辨的性能从而得到了广泛的应用. 然而, 这些算法需要对信源个数及子空间进行精确估计, 一般采用特征分解或奇异值分解而得到. 由于协方差矩阵估计和特征值分解计算复杂度较高, 不利于实时的信号处理; 尤其当阵元维数较大时会带来严重的计算负担. 为了降低计算复杂度, 学者们提出了许多无需特征分解的快速算法<sup>[1-4]</sup>. 传播算子法(PA)<sup>[1]</sup>采用线性算子从阵列接收数据中提取噪声子空间. 线性预测法<sup>[2]</sup>是通过解线性最小均方问题从而获得信号子空间的基. 文献<sup>[3, 4]</sup>使用采样协方差矩阵的幂来估计噪声子空间. 这些方法与基于特征分解的算法相比明显的降低了计算的复杂度, 便于算法的实时处理, 但是这些算法适用于较高的信噪比.

基于正交投影的多级维纳滤波器技术是由 Goldstein<sup>[5]</sup>等人于 1998 年提出的, 该技术成功的应用于自适应波束形成<sup>[7]</sup>, 自适应干扰抑制<sup>[8]</sup>和空时自适应处理(STAP)<sup>[9]</sup>等信号

处理领域. 黄磊<sup>[10, 11]</sup>把这种技术应用到方向估计提出了低复杂度的子空间拟和方法<sup>[10]</sup>和快速子空间分解法<sup>[11]</sup>等等, 但这些算法的实施需要训练信号, 在较低信噪比时子空间估计的误差较大. 本文首先在理论上分析了基于 MSWF 的子空间估计时信号泄漏的问题, 提出了一种新的信号子空间估计方法, 该方法无需训练信号, 扩大了算法的应用范围; 其次算法对于子空间的估计不需要信源个数的先验知识, 而是通过方向估计的后判断方法来确定. 在均匀线阵且信号互不相关情况下, 改进后的算法用于波达方向估计时, 与基于特征分解的方法具有近似的方向估计性能. 仿真结果验证了该方法的有效性.

### 2 问题提出

#### 2.1 信号模型

考虑  $P$  个窄带平面波入射到  $M$  个阵元的直线阵列上, 阵列输出的数据由式(1)给出:

$$X(k) = A(\theta)S(k) + N(k) = \sum_{i=1}^K a(\theta_i)s_i(k) + N(k) \quad (1)$$

收稿日期: 2005 10 10; 修回日期: 2006 05 15

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60102005); 国家重点实验室基金(No. J14203220033); 国防预研项目(No. 413070508)



从表中我们可以看出特征分解产生的“交叉谱能量”集中在前两级,与信源数目相符合,而多级维纳滤波分解的能量则泄漏到了第三级,尤其在信噪比较低时能量甚至泄漏到第五级。因此  $P$  级的维纳滤波器不足以表示所有的信号矢量,所以需要更多级的匹配滤波器来张成信号的子空间,而形成的信号子空间中则包含了小部分的噪声子空间,反过来说我们可以获得一个较小的噪声子空间来用于方向的估计。如果执行  $M$  级的维纳滤波分解并使用前  $P+L$  级匹配滤波器表示信号子空间,则噪声子空间如式(7)所示:

$$\begin{aligned} N^{M-P-L} &= \text{null}\{\text{span}(\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{P+L})\} \\ &= \text{span}(\mathbf{h}_{P+L+1} \ \mathbf{h}_{P+L+2} \ \dots \ \mathbf{h}_M) \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $N^{M-P-L} \subset N^{M-P}$ ,  $N^{M-P}$  表示真实的噪声子空间。使用较小的噪声子空间构造的 MUSIC 谱会产生一些较低幅度的伪峰,但不会影响方向估计的结果,第五节的仿真实验证明了该方法的有效性。

因此主要的问题在于如何确定维纳分解的级数  $P' = P + L$ ,从而得到信号子空间的准确估计。这里我们有两种途径可以确定用于子空间估计的维纳分解级数。

首先,使用  $\sigma_{d_i}^2$  构造一定的准则就可以确定分解的级数,这是由于  $\sigma_{d_i}^2$  代表了期望信号的能量(或信息),它可以体现出信号能量的“分布情况”。另外,文献[11]中提到使用参考信号的自相关  $\sigma_{d_i}^2$  替代特征值,使用经典的检测准则 Akaike Information Criterion(AIC)和 Minimum Description Length(MDL)准则来进行信源个数的估计,从表中可以看到在 10dB 信噪比时该方法用于信源估计就已经失效,因为此时信号的能量已经扩散到了第三级维纳滤波分解,所以该方法只适用于很高的信噪比,或者用于确定维纳分解的级数。

其次,我们可以从前面得出的结论出发:大于  $P$  级的互相关矢量为零,  $\mathbf{r}_{X_i d_i} = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$ ,  $i \geq P+1$ 。  $\mathbf{r}_{X_i d_i}$  表示“提取”第  $i$  级期望信号和数据的“共同成分”。由于噪声与信号以及噪声之间的“共同成分”非常少,所以当第  $i$  级数据  $X_i$  中只包含噪声时,  $\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2$  将等于零。但是  $\mathbf{r}_{X_i d_i}$  是由有限的样本进行估计的,  $\hat{\mathbf{r}}_{X_i d_i} = \mathbf{x}_{i-1}(k) \mathbf{d}_{i-1}^H(k)/n$  实际并不是零矢量。因此分解到一定级数时,  $\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2$  的值接近于零但不等于零。表 1 中在信噪比为 0dB 时,我们可以清楚地看到维纳分解到第 4 级以后  $\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2$  的值趋近于零,各级之间模值差别很小,处于缓变阶段;而前几级的模值较大且两两之间差别较为明显,处于突变阶段。因此根据  $\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2$  变化从快到慢这一特性我们就可以获得维纳分解的级数的估计,进而得到有效的信号子空间的估计。

然而如表 1 所示,在信噪比为 10dB 时,泄漏到第 3 级的“信号能量”很少只有 3.5832,远远小于第 1、2 级的能量 105.69 和 133.39,但又是“噪声能量”的三倍多,因此设计有效地准则来得到正确的级数较难。而前三级互相关矢量的模值分别为 46.021, 15.966 和 17.886,虽然泄漏到第 3 级的“信号能量”很少,但互相关矢量的模值仍然较大,  $\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2$  更准确的反映了“信号能量”的分布,因此本文使用互相关矢量的模

值作为确定分解级数的参数。

下面给出本文提出的信号子空间估计方法的具体步骤。

步骤 1 初始化:  $\mathbf{d}_0(k) = \mathbf{x}_i(k)$ ,  $1 \leq i \leq M$   
和  $X_0(k) = X(k)$

步骤 2 FOR  $i = 1, 2, \dots, M$

$$\hat{\mathbf{r}}_{X_i d_i} = E(\mathbf{X}_{i-1}(k) \mathbf{d}_{i-1}^H(k));$$

$$\beta_i = \|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2 = \sqrt{\mathbf{r}_{X_i d_i}^H \mathbf{r}_{X_i d_i}}; \mathbf{h}_i = \frac{\mathbf{r}_{X_i d_i}}{\|\mathbf{r}_{X_i d_i}\|_2}$$

$$\mathbf{d}_i(k) = \mathbf{h}_i^H \mathbf{X}_{i-1}(k);$$

$$\mathbf{X}_i(k) = \mathbf{X}_{i-1}(k) - \mathbf{h}_i \mathbf{d}_i(k);$$

END FOR

步骤 3 确定信号子空间估计需要的滤波器级数

$$\bar{\Delta} = \beta_{\max} - \beta_{\min} / (M - 1)$$

FOR  $i = 1, 2, \dots, M$

$$\Delta \sigma_d(i) = |\beta_{M-i+1} - \beta_{M-i}|$$

IF  $\Delta \sigma_d(i) > \mu \times \bar{\Delta}$

THEN  $P' = M - i$ ; BREAK;

END IF

END FOR

其中:  $\beta_{\max}$  和  $\beta_{\min}$  为  $\beta$  中最大和最小的模值,  $\mu$  为常数。

步骤 4 计算信号子空间和噪声子空间

$$\Pi = \text{span}\{\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{P'}\}, \Pi^\perp = \text{null}\{\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_{P'}\}$$

说明: 本文提出的子空间估计方法与文献[11]提出的方法不同之处在于:

(1) 首先本文算法不需要训练信号,而是采用某一阵元的观测数据作为训练信号从而扩大了算法的应用范围。采用不同的阵元的观测数据对于本文的算法不会有影响,这是因为不同的阵元的观测数据  $\mathbf{x}_i(k) = \mathbf{e}_i^T \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(k) + \mathbf{n}_i(k)$  作为训练信号,引入了不同的噪声矢量,接收的信号仅改变了相位,但波形不变。因此,引入不同的噪声矢量,只会改变本算法所估计信号子空间中的那一小部分噪声子空间,从而只改变 MUSIC 谱中虚假信号谱峰(伪峰)的位置,而不会影响信号方位的估计。第五节的仿真实验证明了该结论。

(2) 其次算法通过计算互相关矢量的模值来确定用于子空间估计的维纳分解级数,而文献[11]的方法使用信源的个数作为分解级数,但是此时信号的信息已经泄漏到大于信源个数的维纳分解之后。

(3) 为了估计信号子空间,本文算法大约仅需要  $O(M^2 N)$  的运算量与文献[11]的运算量相同(假设没有信源个数的先验知识)但从仿真实验可以看出本文算法大大的提高了估计的性能。

### 3.2 信源估计的后判断方法

当通过本文算法获得信号以及噪声子空间的估计后,就可以使用经典的 MUSIC 算法完成信源的方向估计。但是作为先决条件的信源的数目必须已知。如果没有信源数目的信息而使用  $P' = P + L$  作为信源数目,我们将得到信源的过估计。本小节将给出一个信源个数后判断的方法来消除虚假的信号。

首先我们使用两个不同的参考信号  $\mathbf{d}_0(k) = \mathbf{x}_i(k)$  和

$d'_0(k) = x_j(k)$  来计算噪声子空间,  $x_i(k)$  和  $x_j(k)$  是两个不同阵元输出的信号矢量且包含不同噪声矢量. 因此引入匹配滤波器的噪声特征向量亦不同, 将得到两个不完全相同的噪声子空间  $N^1$  和  $N^2$ . 由于引入信号子空间的噪声特征向量不同, 所以构造经典的 MUSIC 时产生的伪峰也不相同, 因此我们可以找出真实的信号方向. 下面给出信源个数估计的后判断方法的步骤:

(1) 对于两个任意不同阵元的参考信号  $d_0(k) = x_i(k)$  和  $d'_0(k) = x_j(k)$  使用本文提出的子空间估计方法计算得到两个不完全相同的噪声子空间  $\Pi_1^\perp$  和  $\Pi_2^\perp$ .

(2) 根据这两个不同的噪声子空间构造经典的 MUSIC 谱, 通过谱峰搜索我们可以得到两组方向估计结果  $\Theta_1 = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{K'}\}$  和  $\Theta_2 = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{K'}\}$ , 其中  $K \geq P, K' \geq P$ .

(3) 最后选择结果相同的方向作为真实信源的估计, 从而最终完成信源数目与方向的同时估计.

### 4 实验结果与分析

为了验证本文方法的有效性, 将其与基于特征分解的方法、文献[11]方法(图中标记为 Huang)和参数估计的 Cramér Rao 标记为 CRB) 下界进行 Monte Carlo 仿真实验对比. 实验中阵元个数为 12 的均匀直线阵列, 阵元间距为半波长. 信噪比定义为  $SNR = 10 \log(\sigma_s^2 / \sigma_n^2)$ . 每组方向估计的均方根误差 (RMSE) 都是独立进行 200 次 Monte Carlo 仿真实验得到的.

图 2 所示为三种算法的空间谱的比较. 六个功率相同的窄带信号源分别从  $-19^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 7^\circ, 17^\circ, 26^\circ$  入射到阵列上. 阵列采样的快拍数为 256, 信噪比为  $-10\text{dB}$ . 图中我们可以看出本文方法与基于特征分解的方法具有类似的谱峰, 而其中虚假峰的幅度非常的小, 不会影响方向估计的结果. 但是文献[11]方法给出的谱峰只有一个尖峰, 其他的谱峰的幅度较小趋于平坦; 尖峰是训练信号的方向, 这是因为我们使用训练信号的波形的先验信息, 使得估计训练信号的方向较准. 而其它信号的能量随着维纳分解而泄漏到噪声子空间, 造成了这些方向的谱能量下降.

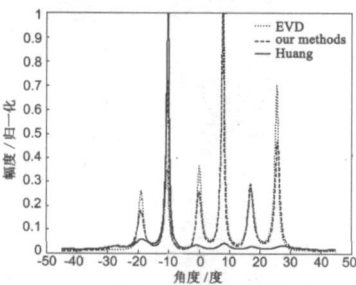


图 2 三种算法的空间谱比较

图 3 给出了不同快拍数下  $0^\circ$  信号估计均方根误差的对比. 窄带信源的数量为 3 且到达角  $\theta = [-8^\circ, 0^\circ, 7^\circ]$ . 采样快拍数由 32 变化到 1024, 三个信源的信噪比为  $0\text{dB}$ . 可以看出我们给出的方法性能接近于特征分解法, 并且计算复杂度远低于特征值分解法, 而文献[11]方法此时得到的方向

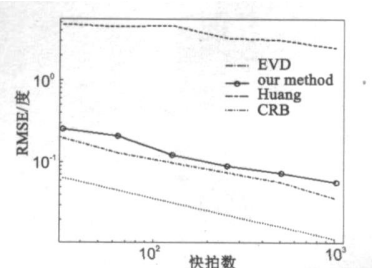
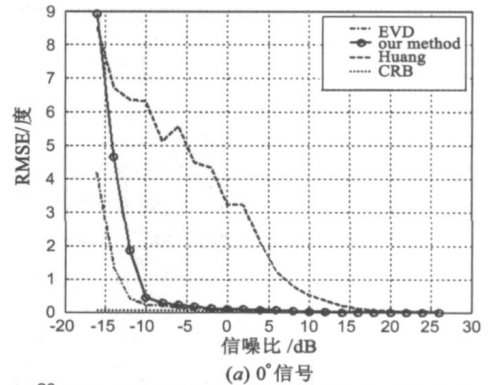


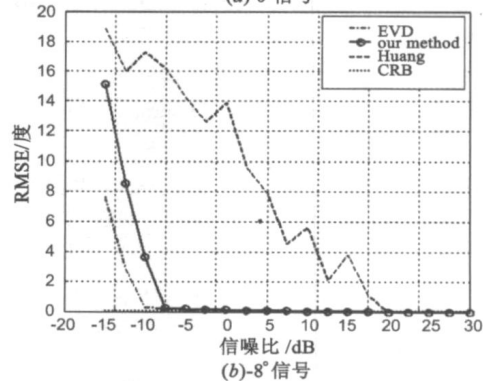
图 3 不同快拍数下  $0^\circ$  信号的均方根误差的对比

估计具有较大的误差.

图 4 所示为不同信噪比下方向估计的均方根误差对比. 信源个数与到达角度与图 3 的相同, 快拍数固定为 256 而信噪比则从  $-16\text{dB}$  变化到  $26\text{dB}$ . 其中文献[11]方法在信噪比较低时, 估计的误差较大, 所以该方法只适用于信噪比较高的情形. 而且本文算法在信噪比  $-10\text{dB}$  以上与基于特征分解的方法具有几乎相同的性能, 但本文算法的运算量小于基于特征分解的方法.



(a)  $0^\circ$  信号



(b)  $8^\circ$  信号

图 4 不同信噪比下方向估计的均方根误差对比

图 5 所示为不同阵元数据作为参考信号时 MUSIC 谱图对比. 信源个数与到达角度与图 3 的相同, 快拍数固定为 256 而信噪比为  $-10\text{dB}$ . 我们分别采用第 1, 2, 4, 7, 9 和 10 阵元的数据作为参考信号产生 MUSIC 谱, 从图 5 全图中我们可以看出使用不同阵元数据作为参考信号在三个信号方向都形成了较高的 MUSIC 谱峰, 而在局部放大图中, 使用不同阵元会生成不同的伪峰. 因此使用任意阵元的数据作为本文算法的参考

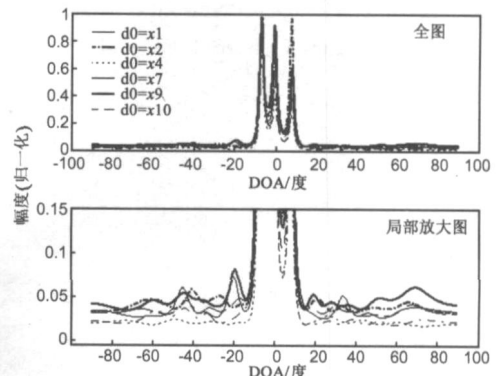


图 5 不同阵元数据作为参考信号时 MUSIC 谱图对比

信号算法的性能不会改变,而且利用该特性我们还可以进行信源个数的后判断。

## 5 结束语

本文提出了一种快速有效的信源联合检测与估计的算法,算法采用多级维纳滤波技术但不需要训练信号及信源数目的预估计,且算法无需协方差矩阵的估计和特征分解,降低了运算复杂度。本文算法与文献[11]方法以及基于特征分解的算法的性能对比证实了该算法具有较强的估计精度和较低的运算复杂度。

### 参考文献:

- [1] Marcos S, Bebidir M. On a high resolution array processing method non based on the eigenanalysis approach[ A ]. Delores M. Etter. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing[ C ]. New Mexico, USA: IEEE Press, 1990, 5 (4): 2955- 2958.
- [2] Davila C E, Azmoodeh M. Efficient estimation of the signal subspace without eigendecomposition[ J ]. IEEE Trans, 2000, SP-42(1): 236- 239.
- [3] Gershman A B. Direction of arrival estimation using generalized minimum norm approach[ J ]. Electronics Letters, 1991, 27 (16): 1485- 1486.
- [4] Ermolaev V T, Gershman A B. Fast algorithm for minimum norm direction of arrival estimation[ J ]. IEEE Trans, 1994, SP-42(9): 2389- 2394.
- [5] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[ J ]. IEEE Trans, 1998, IT-44 (7): 2943- 2959.
- [6] Ricks D, Goldstein J S. Efficient implementation of multi stage adaptive wiener filters[ A ]. Antenna Applications Symposium [ C ]. Allerton Park, Illinois: IEEE Press, 2000. 29- 41.
- [7] Ricks D C, Cifuentes P G, Goldstein J S. Adaptive beamforming using the multistage wiener filter with a soft stop[ A ]. Michael B. Matthews. The Thirty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [ C ]. CA, USA: IEEE Press, 2001, 2 (11): 1401- 1406.
- [8] Honig M L, Weimin Xiao. Performance of reduced rank linear interference suppression[ J ]. IEEE Trans, 2001, IT-47(5): 1928- 1946.

- [9] Nguyen H N, Hiemstra J D, Goldstein J S. The reduced rank multistage wiener filter for circular array STAP[ A ]. Don. Sinnott. Proceedings of the 2003 IEEE on Radar Conference[ C ]. Huntsville Alabama, USA: IEEE Press, 2003. 66- 70.
- [10] 黄磊, 张林让, 吴顺君. 一种低复杂度的信号子空间拟合的新方法[ J ]. 电子学报, 2005, 33(6): 982- 986.  
Huang Lei, Zhang Linrang, Wu Shunjun. A low complexity method of signal subspace fitting[ J ]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(6): 982- 986. (in Chinese)
- [11] 黄磊, 吴顺君, 张林让, 冯大政. 快速子空间分解方法及其维数的快速估计[ J ]. 电子学报, 2005, 33(6): 977- 981.  
Huang Lei, Zhang Linrang, Wu Shunjun. A fast method for subspace decomposition and its dimension estimation[ J ]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(6): 977- 981. (in Chinese)

### 作者简介:



包志强 男, 1978 年生于河北石家庄, 现为西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室博士研究生, 主要研究方向为: 阵列信号处理, 高速实时并行信号处理。  
E-mail: bzq1978@tom.com



吴顺君 男, 1942 年生于上海, 西安电子科技大学教授, 博士生导师, 雷达信号处理重点实验室主任, 长期从事雷达系统和雷达信号处理方面的教学和科研工作, 共发表论文 60 余篇, 出版专著 4 部, 主要研究领域为雷达系统分析、建模与仿真, 雷达信号处理。  
E-mail: Sjuw@xidian.edu.cn



张林让 男, 1966 年 1 月生于陕西, 西安电子科技大学的博士生导师, 曾获电子部科技进步一等奖和陕西省教委科技进步二等奖, 发表论文三十多篇, 主要研究兴趣为自适应信号处理、阵列波达方向估计、方向图综合。